

MATHEMATISCH CENTRUM

2e BOERHAAVESTRAAT 49

AMSTERDAM

REKENAFDELING

BEREKENING VAN EEN GROOT AANTAL INTEGRALen

MET BEHULP VAN PONSKAARTENMACHINES

R 255

door

Y.M. Haanappel

M. Potters

J. Berghuis

1 9 5 4 .

Berekening van een groot aantal integralen
met behulp van ponskaartenmachines

1. Inleiding.

Het volgende probleem is niet interessant wegens de optredende wiskundige of numerieke moeilijkheden, maar wegens de grote hoeveelheid werk.

Gevraagd worden integralen van de vorm

$$F_k(m) = \int_0^{13} f_k^2(r) \Phi(m, r) dr,$$

waarin

$$\Phi(m, r) = \frac{\sin 381 mr}{381 mr},$$

m de waarden 0(0.05)0.40(0.1)1.3 doorloopt, de functies $f_k(r)$ numeriek gegeven zijn; de k kan 107 verschillende waarden aannemen.

Aangezien de normeringsintegraal

$$\int_0^{13} f_k^2(r) dr$$

en de integraal

$$\int_0^{13} f_k^2(r) \sum_{m=0.05}^{1.3} \Phi(m, r) dr$$

voor checkdoeleinden gebruikt worden, moeten dus 2033 integralen berekend worden. Besloten wordt het werk op ponskaartenmachines te verrichten.

De opdracht tot berekening van deze integralen en de gegevens werden verstrekt door het Laboratorium voor Kristallografie van de Gemeentelijke Universiteit van Amsterdam.

2. Gegevens.

Als gegeven kunnen worden beschouwd:

- 1°. de standaard tabel op ponskaarten $\frac{\sin p}{p}$;
- 2°. de 107 functies $f_k(r)$ in geschreven vorm;
- 3°. de waarden der 107 normeringsintegralen.

Men subtabelleert alle $f_k(r)$ op hetzelfde r-interval:
 $r = 0(0.005)0.3(0.05)13.0$ en ponst deze op kaarten. Deze kaarten heten 31-kaarten.

De controle op het ponsen geschiedt door de totalen per 20 kaarten te maken op de Tabulator (405) en deze totalen te checken tegen de met de hand berekende sommen. Dan worden op de 31 kaarten met de multiplier (602A) de kwadratering uitgevoerd en deze geïntegreerd op de tabulator (405). Dan is dus de normeringsintegraal berekend en deze wordt gecheckt.

3. Gang van de berekening.

Op 11- en 12-kaarten wordt 381 mr opgebouwd met behulp van differenties voor alle m-waarden en r-waarden.

En wel staan op 11-kaarten de waarden van r en 381 mr voor $m = 0.05(0.05)0.40$ en 0.50 ; op de 21 kaarten de overeenkomstige gegevens voor $m = 0.6(0.1)1.3$.

Op 21-, 22-, 23-, 24- en 25-kaarten wordt met behulp van de $\frac{\sin p}{p}$ tabel de waarde van $\Phi(m, r)$ geïnterpoleerd op de 602A en wel op

21-kaarten: $m = 0.05(0.05)0.20$;

22-kaarten: $m = 0.25(0.05)0.40$;

23-kaarten: $m = 0.50(0.10)0.80$;

24-kaarten: $m = 0.90(0.10)1.20$;

25-kaarten: $m = 1, 3$.

De $\Phi(m, r)$ wordt gecontroleerd door over de r-richting te integreren en de uitkomst te vergelijken met de Si-functie. Tenslotte wordt $\sum_{m=0.05}^{1.3} \Phi(m, r)$ met summary punch bepaald en overgebracht op de 25-kaart.

Deze kaarten worden dan in de r-richting gesorteerd evenals de 31-kaarten. Er wordt door reproductie van 31-kaarten een analoog stel 32-kaarten gemaakt.

Nu passe men de groepsvermenigvuldiging toe op de multiplier ten einde $f_k^2(r)\Phi(m, r)$ en $f_k^2(r) \sum_{m=0.05}^{1.3} \Phi(m, r)$ te bepalen; met behulp van de tabulator voert men de vierkantscontroletelling uit:

$$\sum_m \sum_r f_k^2(r) \Phi(m, r) = \sum_r f_k^2(r) \sum_m \Phi(m, r) .$$

Dan berekent men de integralen over r tweemaal met gebruikmaking van andere telwielen en schrijfstangen.

4. Schakelingen.

De meeste schakelingen in dit probleem gebruikt, zijn eenvoudig, zoals lineaire interpolatie, sommeren met of summary punch en groepsvermenigvuldiging; zij zijn te vinden in de I.B.M. brochures.

De integratieschakeling op de 405 is door ons beschreven in MR15: Integratie volgens Simpson met behulp van de I.B.M. Electrische Administratiemachine type 405.

5. Kaartindelingen.

Indeling $\frac{\sin \varphi}{\varphi}$ tabel.

Kolom	Inhoud	Komma
1-4	R255	
5	x	
24-28	φ	27,28
30-38	$\frac{\sin \varphi}{\varphi}$	30,31
39-43	φ	42,43
54-58	φ	57,58
61-68	1e voorwaartse differentie	60,61
69-73	φ	72,73

Indeling 11-kaarten.

Kolom	Inhoud	Komma
1-4	R 255	
5-6	11	
7-11	r	8,9
21-26	0,05.381 r	24,25
28-33	0,10.381 r	31,32
35-40	0,15.381 r	38,39
41-46	0,20.381 r	44,45
48-53	0,25.381 r	51,52
55-60	0,30.381 r	58,59
61-66	0,35.381 r	64,65
68-73	0,40.381 r	71,72
75-80	0,50.381 r	78,79

Indeling 12-kaarten

Kolom	Inhoud	Komma
1-4	R 255	
5-6	12	
7-11	r	8,9
21-26	0,6.381 r	24,25
28-33	0,7.381 r	31,32
35-40	0,8.381 r	38,39
41-46	0,9.381 r	44,45
48-53	1,0.381 r	51,52
55-60	1,1.381 r	58,59
61-66	1,2.381 r	64,65
68-73	1,3.381 r	71,72

Indeling 21- t/m 24-kaarten

Kolom	Inhoud	Komma
1-4	R 255	
5	2	
6	1 of 2 of 3 of 4	
8	x	
10	x	
11-15	r	12,13
21-23	m	21,22
24-29	381 mr	27,28
30-35	$\Phi(m, r)$	30,31
36-38	m	36,37
39-44	381 mr	42,43
45-50	$\Phi(m, r)$	45,46
51-53	m	51,52
54-59	381 mr	57,58
60-65	$\Phi(m, r)$	60,61
66-68	m	66,67
69-74	381 mr	72,73
75-80	$\Phi(m, r)$	75,76

Indeling 25-kaarten

Kolom	Inhoud	Komma
1-4	R 255	
5-6	25	
8	x	
10	x	
11-15	r	12,13
21-23	130	21,22
24-29	381.1,30 r	27,28
39-45	$\sum_m \bar{\Phi}(m, r)$	40,41

Indeling 31-kaarten

Kolom	Inhoud	Komma
1-4	R 255	
5-6	31	
7-8	element	
9-10	functienummer	
11-15	r	12,13
16-19	$F(r)$	16,17
20-25	$F^2(r)$	21,22
26-31	$F^2(r) \cdot \bar{\Phi}(m, r)$ voor $m = 0,05$	28,29
32-37	$F^2(r) \cdot \bar{\Phi}(m, r)$ voor $m = 0,10$	34,35
38-43	$F^2(r) \cdot \bar{\Phi}(m, r)$ voor $m = 0,15$	40,41
44-49	$F^2(r) \cdot \bar{\Phi}(m, r)$ voor $m = 0,20$	46,47
57-62	$F^2(r) \cdot \bar{\Phi}(m, r)$ voor $m = 0,25$	59,60
63-68	$F^2(r) \cdot \bar{\Phi}(m, r)$ voor $m = 0,30$	65,66
69-74	$F^2(r) \cdot \bar{\Phi}(m, r)$ voor $m = 0,35$	71,72
75-80	$F^2(r) \cdot \bar{\Phi}(m, r)$ voor $m = 0,40$	77,78

Indeling 32-kaarten

Kolom	Inhoud	Komma
1-4	R 255	
5-6	32	
7-8	element	
9-10	functienummer	
12-15	r	12,13
11 en 16-20	$F^2(r)$	16,17
21-26	$F^2(r) \cdot \Phi(m,r)$ voor $m = 0,5$	23,24
27-32	$F^2(r) \cdot \Phi(m,r)$ voor $m = 0,6$	29,30
33-38	$F^2(r) \cdot \Phi(m,r)$ voor $m = 0,7$	35,36
39-44	$F^2(r) \cdot \Phi(m,r)$ voor $m = 0,8$	41,42
45-50	$F^2(r) \cdot \Phi(m,r)$ voor $m = 0,9$	47,48
51-56	$F^2(r) \cdot \Phi(m,r)$ voor $m = 1,0$	53,54
57-62	$F^2(r) \cdot \Phi(m,r)$ voor $m = 1,1$	59,60
63-68	$F^2(r) \cdot \Phi(m,r)$ voor $m = 1,2$	65,66
69-74	$F^2(r) \cdot \Phi(m,r)$ voor $m = 1,3$	71,72
75-80	$F^2(r) \cdot \sum_m \Phi(m,r)$	78,79

6. Resultaten.

De resultaten zijn reeds 27 Juli 1954 opgeleverd.

Gegeven wordt achtereenvolgens het element, het volgnummer van de functie, de normeringsintegraal, dan voor de gevraagde waarden van m de integraal

$$\int_0^{13} f_k^2(r) \Phi(m,r) dr .$$

In elke kolom staat de komma op de derde plaats van rechts; negatieve getallen zijn complemerntair aangegeven. Zo betekent dus 999874 een negatief getal n.l. - 0.126.